

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο  $A$ , να αποδείξετε ότι:  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ .

**Μονάδες 10**

**A2. α)** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ . Τι ονομάζεται συχνότητα  $n_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 3**

**β)** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_n$  οι τιμές μίας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας). Να γράψετε τον τύπο του σταθμικού μέσου.

**Μονάδες 4**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η συνάρτηση  $f(x) = |x|$  έχει παράγωγο στο  $x_0 = 0$ .

**β.** Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

**γ.** Ισχύει  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

**δ.** Οι ποσοτικές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί, διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + \frac{1}{3}$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

**Μονάδες 4**

**B2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων (μον. 4).

**Μονάδες 10**

**B3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο με τετμημένη  $x_0 = 0$ .

**Μονάδες 7**

**B4.** Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ .

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ Γ**

Το πρωί μίας ημέρας οι τιμές της θερμοκρασίας (σε °C) σε 5 πόλεις της Ελλάδας ήταν: 22, 18,  $20 + \kappa$ , 14, 16, όπου  $\kappa$  πραγματικός αριθμός.

Ο συντελεστής μεταβολής των παραπάνω τιμών είναι  $CV = 20\%$  και η τυπική απόκλιση είναι ίση με  $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2}$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $s = 4$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παραπάνω τιμών της θερμοκρασίας είναι  $\bar{x} = 20$ .

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να δείξετε ότι  $\kappa = 10$  (μον. 6) και να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  (μον. 3).

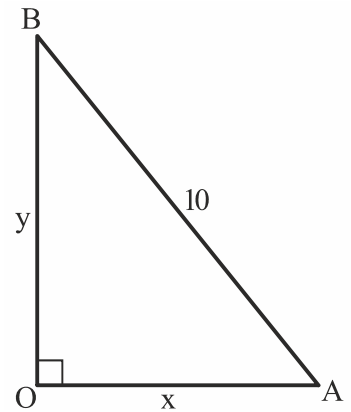
**Μονάδες 9**

**Γ4.** Αν το μεσημέρι της ίδιας ημέρας οι παραπάνω τιμές της θερμοκρασίας αυξήθηκαν κατά 10%, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής των νέων τιμών της θερμοκρασίας.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AOB$  με  $\widehat{O} = 90^\circ$ , κάθετες πλευρές μήκους  $(OA) = x$ ,  $(OB) = y$  και υποτείνουσα μήκους  $(AB) = 10$ .



**Δ1.** Να δείξετε ότι η πλευρά  $y$  εκφράζεται ως συνάρτηση του  $x$  από τον τύπο:  $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}$  (μον. 3) και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  (μον. 4).

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $y = f(x)$ , ως προς  $x$ , όταν  $x = 8$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν  $x_1 = 2,3$ ,  $x_2 = 3,5$  και  $x_3 = 2,8$  είναι τιμές της πλευράς  $x$ , να αιτιολογήσετε ότι:  $f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$ .

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ