

ΘΕΜΑ Α

A1. (α)

A2. (β)

A3. (δ)

A4. (α)

A5. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

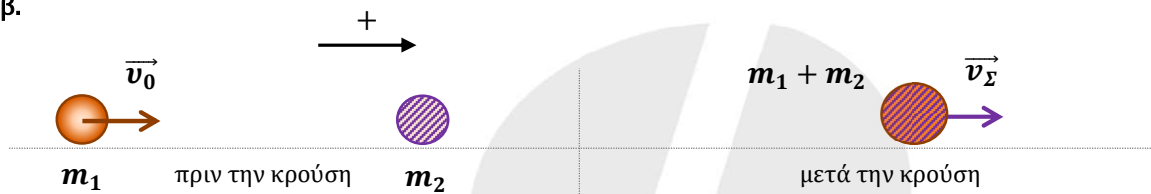
δ. Λάθος

ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. α. Σωστή Απάντηση: **iii.**

β.



Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. έχουμε:

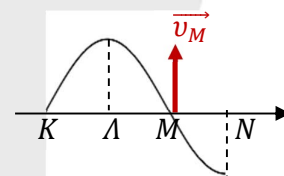
$$\vec{p}_{O\Lambda(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{O\Lambda(\tau\epsilon\lambda)} \Leftrightarrow m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \Leftrightarrow v_\Sigma = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0 \Leftrightarrow v_\Sigma = \frac{v_0}{4} \quad (1)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας και τη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\frac{K_\Sigma}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2}{\frac{1}{2}m_1 v_0^2} = \frac{4m}{m} \frac{v_0^2}{16} \frac{1}{v_0^2} = \frac{1}{4}$$

B2. α. Σωστή Απάντηση: **iii.**

β. Εφόσον $\varphi_M < \varphi_A$ το κύμα διαδίδεται από το Α προς το Μ, δηλαδή προς τα δεξιά. Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2} = t_1 + T + \frac{T}{2}$ το Μ θα έχει εκτελέσει μια επιπλέον ταλάντωση και άλλη μισή. Άρα, θα διέρχεται και πάλι από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.



Τη χρονική στιγμή t_1 είναι $y_M = 0$ και $v_M < 0$:

$$y_M = 0 \Rightarrow 0 = \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) \right] \Rightarrow (2\kappa + 1)\pi = 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) \quad (1)$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$ είναι:

$$y_A = A \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_M - \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \right) \right] \Rightarrow y_A = A \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_1}{T} + \frac{3}{2} - \frac{x_M}{\lambda} + \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$\Rightarrow y_A = A \eta \mu \left[\frac{7\pi}{2} + 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) \right] \stackrel{(1)}{\Rightarrow} y_A = A \eta \mu \left[\frac{7\pi}{2} + (2\kappa + 1)\pi \right] \Rightarrow y_A = A \eta \mu \left(\frac{9\pi}{2} \right) \Rightarrow y_A = A \eta \mu \frac{\pi}{2} = A$$

B3. α. Σωστή Απάντηση: **ii.**

β. Σωστή Απάντηση: Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. παίρνουμε:

$$E_0 = E'_\phi + K_e = 2K_e = 2E'_\phi \Rightarrow E'_\phi = \frac{E_0}{2}, \quad (1)$$

Επίσης ισχύουν: $E_0 = h \cdot f$, (2) και $E'_\phi = h \cdot f'$, (3)

Από την Εξίσωση Compton έχουμε:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow \frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \frac{h}{2m_e c} \xrightarrow{(2),(3)} \frac{h \cdot c}{E'_\phi} - \frac{h \cdot c}{E_0} = \frac{h}{2m_e c} \Rightarrow \frac{E_0 - E'_\phi}{E'_\phi E_0} = \frac{1}{2m_e c^2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{E_0 - \frac{E_0}{2}}{\frac{E_0}{2} E_0} = \frac{1}{2m_e c^2} \Rightarrow \frac{\frac{E_0}{2}}{\frac{E_0^2}{2}} = \frac{1}{2m_e c^2} \Rightarrow E_0 = 2m_e c^2$$

ΘΕΜΑ Γ

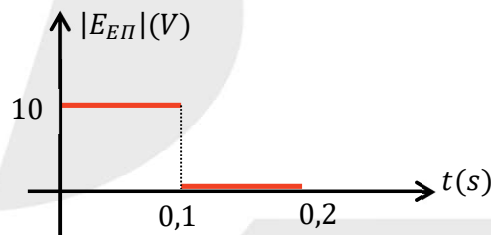
Γ1. Για το χρονικό διάστημα 0 έως 0,1 s η τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται γραμμικά και η κλίση της ευθείας είναι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ T/s και } E_{\text{επ}} = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -100 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = -10 \text{ V}$$

Οπότε: $|E_{\text{επ}}| = 10 \text{ V}$. Για το χρονικό διάστημα 0,1 s έως 0,2 s η τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου δεν μεταβάλλεται, άρα:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0 \frac{\text{T}}{\text{s}} \text{ και } E_{\text{επ}} = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A = 0 \text{ V}$$

Οπότε έχουμε το παρακάτω διάγραμμα:



Γ2. Βρίσκουμε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης: $V = N \cdot \omega \cdot B \cdot A$ (1)

και την ενεργό τιμή: $V_{\text{EN}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ (2), άρα η θερμότητα που εκλύεται στον αγωγό ΚΛ σε μια περιστροφή ($\Delta t = T$) θα είναι:

$$Q_R = \frac{V_{\text{EN}}^2}{R} \cdot T \xrightarrow{(2)} Q_R = \frac{\left(\frac{V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow Q_R = \frac{V^2}{2R} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \xrightarrow{(1)} Q_R = \frac{\pi(N \omega B A)^2}{\omega R} \Rightarrow Q_R = \frac{\pi N^2 \omega^2 B^2 A^2}{\omega R}$$

$$\Rightarrow Q_R = \frac{\pi N^2 \omega B^2 A^2}{R} \Rightarrow Q_R = \frac{\pi \cdot 10^4 \cdot 50 \pi \cdot 0,25 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{10} \Rightarrow Q_R = \frac{50 \cdot \pi^2}{10} \Rightarrow Q_R \cong 50 \text{ J}$$

Γ3. Αν το πλαίσιο περιστρεφόταν με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα: $\omega' = 2\omega$ τότε το πλάτος της τάσης θα ήταν: $V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = 2N \cdot \omega \cdot B \cdot A = 2V$, (3) και η ενεργός τιμή της:

$$V'_{\text{EN}} = \frac{V'}{\sqrt{2}} = \frac{2V}{\sqrt{2}}, \quad (4) \text{ ενώ } T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{T}{2} \quad (5)$$

Έτσι, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (3), (4) και (5) θα είχαμε:

$$Q'_R = \frac{V'^2_{\text{EN}}}{R} \cdot T' \Rightarrow Q'_R = \frac{\left(\frac{2V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \cdot \frac{2\pi}{\omega'} \Rightarrow Q'_R = \frac{2V^2}{2R} \cdot \frac{2\pi}{2\omega} \Rightarrow Q'_R = \frac{2V^2 \pi}{\omega \cdot R} \xrightarrow{(1)} Q'_R = \frac{2(N \cdot \omega \cdot B \cdot A)^2 \cdot \pi}{\omega \cdot R}$$

$$\Rightarrow Q'_R = \frac{2N^2 \cdot \omega^2 \cdot B^2 \cdot A^2 \cdot \pi}{\omega \cdot R} \Rightarrow Q'_R = 2 Q_R, \text{ χρησιμοποιώντας και το αποτέλεσμα του Γ2.}$$

Άρα, το ποσοστό μεταβολής θα είναι:

$$\frac{Q'_R - Q_R}{Q_R} \cdot 100\% = \frac{2Q_R - Q_R}{Q_R} \cdot 100\% = 100\%$$

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Γ4. Κλείνουμε το διακόπτη δ_2 .

Βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ, από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A.}$$

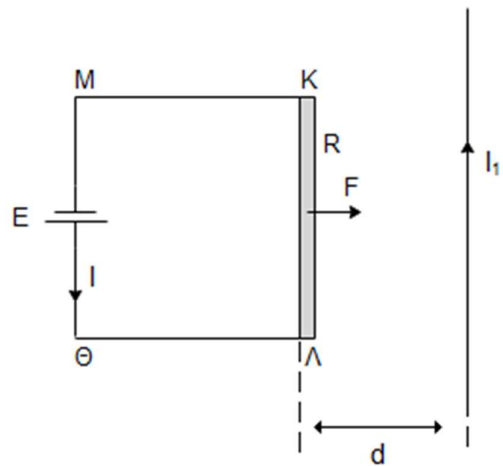
Η δύναμη μεταξύ των αγωγών είναι ελκτική.

(ομόρροπα ρεύματα, ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο του αγωγού I_1), με μέτρο:

$$F = \frac{\mu_0 I I_1 l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-4} \text{ N}$$

$$\text{Εναλλακτικά: } B = k_\mu \frac{2I}{d} \Leftrightarrow B = \frac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\text{και } F_L = B I l \Leftrightarrow F_L = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 1 \Leftrightarrow F_L = 10^{-4} \text{ N}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισορροπία στεφάνης:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow M g \eta \mu \theta = T_x + T_{\sigma\tau\alpha\tau} \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{\tau}_K = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} \cdot R = T \cdot R \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = T \text{ (μέτρα)}$$

Άρα, από τη σχέση (1) παίρνουμε:

$$M g \eta \mu \theta = T (\eta \mu \theta + 1)$$

$$\Rightarrow 40 \cdot 0,6 = T \cdot 1,6$$

$$\Rightarrow 24 = T \cdot 1,6 \Rightarrow 30 = 2T$$

$$\Rightarrow T = 15 \text{ N}$$

λόγω αβαρούς, μη εκτατού νήματος $T = T'$ (μέτρα)

Από την ισορροπία Σ_1 είναι:

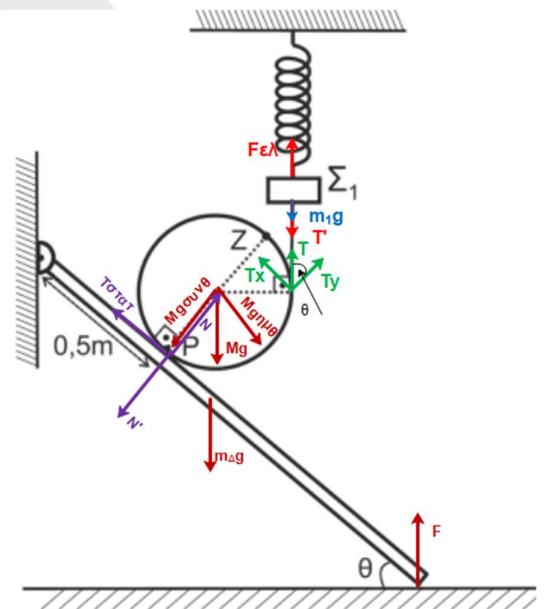
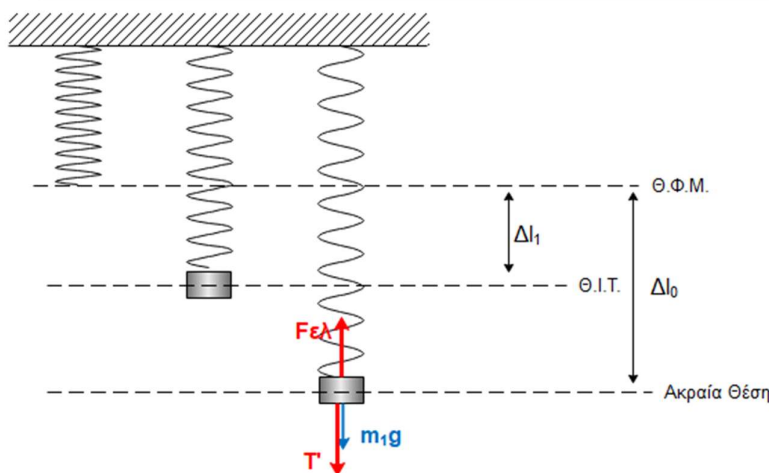
$$F_{EL} = T' + m g$$

$$\Rightarrow k \cdot \Delta l_0 = 15 + 15$$

$$\Rightarrow \Delta l_0 = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ m}$$

$$\text{Επίσης: } \Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k} = \frac{15}{60} = 0,25 \text{ m}$$

και το πλάτος της ταλάντωσης που πρόκειται το σώμα να κάνει είναι: $A = \Delta l_0 - \Delta l_1 = 0,25 \text{ m}$.



Δ2.

α. Το σημείο Z μηδενίζει για δεύτερη φορά την ταχύτητά του όταν έρθει για δεύτερη φορά σε επαφή με το έδαφος. Λόγω κύλισης χωρίς ολίσθηση, το μήκος του τόξου της περιφέρειας που διαγράφει το Z είναι ίσο με τη μετατόπιση του κέντρου μάζας. Το τόξο ΔS αντιστοιχεί σε 1,5 περιστροφές.

$$\Delta S = \Delta x_{cm} \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{4} = \Delta x_{cm} \Rightarrow \frac{27}{8} m = \Delta x_{cm}$$

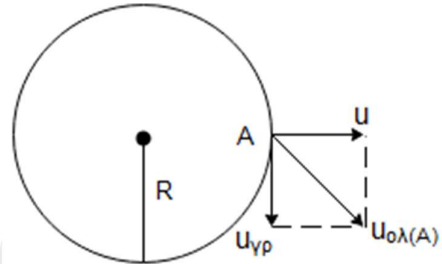
β. Είναι:

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \Rightarrow \frac{27}{8} = \frac{a_{cm} 9}{8} \Rightarrow a_{cm} = \frac{3m}{s^2}$$

$$v_{cm} = a_{cm} t_1 \Rightarrow v_{cm} = 4,5 \text{ m/s}$$

Λόγω της κύλισης χωρίς ολίσθηση: $v_{\gamma\rho.περιφ.} = v_{cm}$. Άρα:

$$v_{O\Lambda_A} = v_{cm} \sqrt{2} \Rightarrow v_{cm_A} = 4,5 \sqrt{2} \text{ m/s.}$$



Δ3. Η ταλάντωση έχει περίοδο:

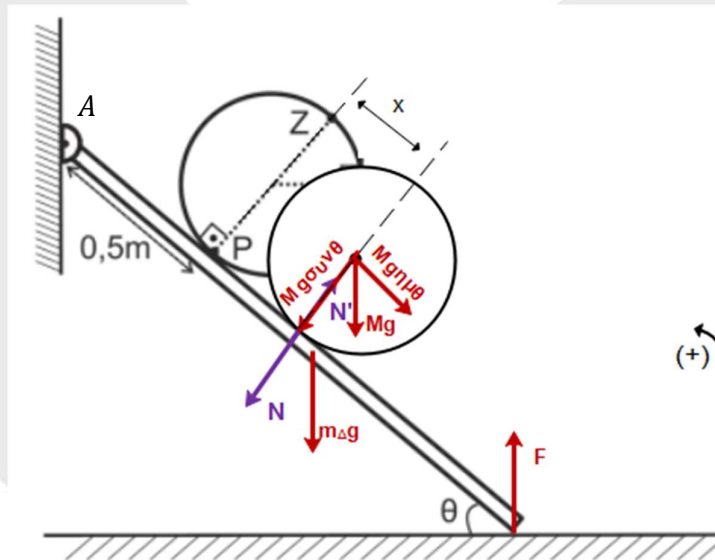
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{60}} = \frac{2\pi}{\sqrt{40}} = 1 \text{ s}$$

Άρα, $t_1 = 1,5 T$

Ξεκινώντας από ακραία θέση της ταλάντωσής του το Σ_1 θα βρεθεί - μετά από $1,5 T$ - στην (αντίθετη) ακραία θέση. Αυτή, όμως, αντιστοιχεί στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου. Άρα:

$$W_{F_{EL}} = v_{EL}^{\alpha\rho\chi} - v_{EL}^{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} k \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} 60 \frac{1}{4} = 7,5 \text{ J}$$

Δ4. Από την ισορροπία της στεφάνης στον γ'γ παίρνουμε: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow Mg \sin \theta = N$
 $N = N'$ μέτρα (Δράση-αντίδραση)



ΜΕΘΟΔΙΚΟ

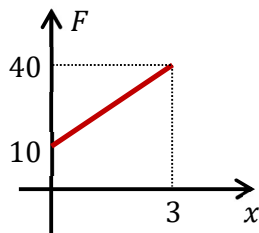
Από την ισορροπία της δοκού έχουμε:

$$(\Sigma \vec{\tau})_A = 0 \Rightarrow F \cdot l \cdot \sin \theta = m_{\Delta} g \frac{l}{2} \sin \theta + N'(0,5 + x)$$

$$F \cdot l \cdot \sin \theta = m_{\Delta} g \frac{l}{2} \sin \theta + mg \sin \theta (0,5 + x)$$

$$F \cdot 4 = 20 + 40(0,5 + x) \Rightarrow$$

$$F = 5 + 10(0,5 + x) \Rightarrow F = 10 + 10x, \quad \text{όπου } 0 \leq x \leq 3 \text{ στο (S.I.)}$$



Επιμέλεια:

Στέφανος Μαυρογιώργης, Ιωάννης Τριανταφύλλου, Σπύρος Περούλης, Αντώνης Νταλόπουλος

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!

Υπολογισμός Μορίων Πανελλαδικών 2025

Χρησιμοποιήστε την Εφαρμογή για να **υπολογίσετε Μόρια**
για κάθε Πανεπιστημιακό Τμήμα / Σχολή!

Υπολογίστε Μόρια, δείτε τα **Τμήματα Επιτυχίας** (με τις περσινές βάσεις),
τις **Ελάχιστες Βάσεις Εισαγωγής** για κάθε Ειδικό Μάθημα
και για κάθε Πανεπιστημιακό Τμήμα

Link για το [mobile app υπολογισμού μορίων](#)

